

Modelando la demanda de componentes con dependencia estadística en servicios de alimentación

Fernando Rojas^{1*} and Víctor Leiva²

¹Escuela de Nutrición y Dietética, Facultad de Farmacia, Universidad de Valparaíso, Chile

²Facultad de Ingeniería y Ciencias, Universidad Adolfo Ibáñez, Chile

16 de junio de 2015

Resumen

Introducción: El presente trabajo considera modelos de abastecimiento para materias primas usadas en servicios de alimentación, a partir de la demanda de menús, para optimizar márgenes de contribución. **Método:** La metodología planteada usa modelos autoregresivos integrados de medias móviles con covariables (ARIMAX) y distribuciones de probabilidad condicional bi-variadas mediante cópulas, para pronosticar la demanda de materias primas (componentes). El modelo de inventario considera que las demandas pueden estar asociadas dentro del surtido de componentes y minutas. Un sistema “assemble to-order” es aplicado a un servicio de alimentación chileno. **Objetivo:** Maximizar márgenes de contribución del servicio por medio de la minimización de costos de comprar, almacenar y ordenar estas componentes. **Resultados:** Se logró maximizar los márgenes de contribución promedio en un 7,94 % mediante el uso de modelos de abastecimiento para componentes con revisión continua y percederas en un solo período, y de 7,85 % usando modelos de revisión periódica y percederas, ambos casos en una muestra de 9 componentes utilizadas en 7 minutas por 36 semanas. **Conclusiones:** Tanto los niveles de inventario como las reposiciones de las componentes son optimizadas mediante demandas de otras componentes y minutas con el objetivo de asegurar su simultánea disponibilidad.

Keywords ARIMAX, assemble to-order, cópulas, márgenes de contribución, servicios de alimentación

1. Introducción

Los servicios de alimentación y nutrición (SAN) preparan en forma diaria un menú de alimentos o plato de comida (cuya orden de preparación en adelante llamamos minuta) basada en

*Corresponding author: Fernando Rojas, Escuela de Nutrición y Dietética, Facultad de Farmacia, Universidad de Valparaíso, Casilla 1093, Playa Ancha, Valparaíso, Chile. Email: fernando.rojas@uv.cl

materias primas (denominadas componentes). Entonces, el producto final de los SAN es el menú y las componentes forman el surtido de inventario a ser demandado y abastecido en relación al menú elaborado y vendido. Por la industrialización de la cadena de suministro de componentes, su tiempo de entrega (lead time) es relativamente corto. Sin embargo, sus períodos de almacenamiento varían de acuerdo a la perecibilidad de las componentes, lo que debe ser respetado desde el punto de vista sanitario y de la calidad del servicio entregado (Rojas et al., 2015).

Los menús proporcionados por los SAN están destinados a grupos de personas en regímenes cerrados, tales como colegios, hospitales, instituciones y universidades. Por lo tanto, los menús son estandarizados y definidos bajo consideraciones técnicas nutricionales (Marambio et al., 2005). Según datos del Instituto Nacional de Estadísticas de Chile (INE, 2008), la mayoría de los SAN chilenos pertenecen al grupo de pequeñas y medianas empresas (PYMEs) y sus márgenes de contribución oscilan entre el 25 % y 40 % de las ventas, según el nivel socioeconómico de los grupos atendidos (Zaldaña and Ayala, 2011).

Los SAN han mostrado un crecimiento importante en países en desarrollo como Chile (Astete and Guevara, 2014). No obstante, existe poca literatura relacionada a actividades de suministro de los SAN. Esto nos permite pensar que uno de sus problemas de gestión es la ausencia de un manejo científico de la cadena de suministro de componentes necesarios para elaborar el menú (Zaldaña and Ayala, 2011). La escasa literatura sobre el tema está limitada principalmente a servicios de gastronomía, hotelería y turismo (Morillo, 2009).

Podemos considerar la minuta de los SAN como una orden de ensamblaje de componentes requeridas para cumplir ciertas especificaciones. Esto se puede abordar a través del sistema “assemble to order” (ATO) -o ensamblaje bajo pedido-. Con el sistema ATO, un producto final se monta en una orden que considera varios componentes, de modo que una ruptura de suministro en una componente puede retrasar la entrega del producto final. Esto está directamente relacionado al grado de satisfacción del cliente (Agrawal and Cohen, 2001)(Lu and Song, 2005).

El objetivo principal del presente trabajo es proponer modelos de inventario ATO para componentes usados en minutas elaboradas por SAN. Esto permite modelar su tasa de demanda incorporando dependencia estadística dentro de las componentes, y entre las componentes y minutas, optimizando los márgenes de contribución. El trabajo se encuentra dirigido a profesionales del área de operaciones y abastecimiento de los SAN, así como a la comunidad académica que realiza investigación de operaciones.

La sección 2 hace una revisión de la literatura sobre tópicos que muestran el estado del arte. La sección 3 propone la metodología a ser usada. La sección 4 muestra algunos hallazgos obtenidos. La sección 5 discute los resultados de este estudio, y la sección 6 comenta conclusiones, implicaciones y limitaciones derivadas del estudio, así como temas de futuras investigaciones.

2. Nociones preliminares

2.1. Correlación entre la demanda de menús y componentes

Song and Zipkin (2003) hicieron un estudio detallado acerca de sistemas ATO. Los supuestos establecidos por Lu and Song (2005) aplicables a SAN en este tipo de modelos son:

a) La correlación entre las demandas de una componente i ($QD_{t,i}$) y de un menú m ($QV_{t,m}$), ambas en un tiempo t , está dada por

$$\rho_{i,m} = \text{Corr}(QV_{t,m}, QD_{t,i}) = E(QV_{t,m} \times QD_{t,i}) - [(\mu_{t,m} \times \mu_{t,i}) / (\sigma_{t,m} \times \sigma_{t,i})], \quad (1) \text{eq:1ped}$$

donde $\mu_{t,m} = E(QV_{t,m})$ es el valor esperado de la demanda del menú m en un tiempo t y $\sigma_{t,m}$ es la desviación estándar correspondiente. Una notación análoga es válida para el componente i mediante $\mu_{t,i} = E(QD_{t,i})$ y $\sigma_{t,i}$.

b) Existe una probabilidad q^i de que la minuta contenga la componente i , donde la minuta se consume a una tasa de demanda λ^i de acuerdo a un proceso Poisson. Análogamente, existe una probabilidad $q^{i,j}$ de que la orden de producción del menú contenga las componentes i y j , donde la minuta se consume a una tasa de demanda $\lambda^{i,j}$ también de acuerdo a un proceso Poisson. La demanda total del conjunto de menús (λ), se relaciona mediante $\lambda^i = q^i \lambda$, $\lambda^j = q^j \lambda$, $\lambda^{i,j} = q^{i,j} \lambda$, lo que conduce a $\lambda = \lambda^i + \lambda^j + \lambda^{i,j} = \lambda(q^i + q^j + q^{i,j})$, donde $q^i + q^j + q^{i,j} = 1$, para todo i, j .

c) La correlación entre las demandas de minutas que usan la componente i con otras minutas que usan la componente j ($\rho_{i,j}$), puede expresarse tanto en función de la probabilidad de demanda conjunta de i y j ($q^{i,j}$), como en función a la demanda de menús que contienen las componentes i y j en un tiempo t proporcional a λ (representado por $\lambda_{i,j}$, donde el subíndice indica flujo relacionado a las componentes). Note que análogamente, la demanda de la componente i también puede correlacionarse con la demanda de minutas m mediante la expresión equivalente a $\rho_{i,m}$ dada en (1), donde $q^{i,m}$ es la probabilidad de demanda conjunta de la componente i y la minuta m en un tiempo t , y $\lambda_{i,m}$ es la cantidad de minutas m en las que participa la componente i en un tiempo t , en proporci'on a λ . Esta correlaciones están dadas por (2) y (3).

$$\rho_{i,j} = \text{Corr}(\lambda^i, \lambda^j) = 2q^{i,j} / (1 + q^{i,j}) = 2 - \lambda / \lambda_{i,j}. \quad (2) \text{eq:3ped}$$

$$\rho_{i,m} = \text{Corr}(QV_{t,m}, QD_{t,i}) = 2q^{i,m} / (1 + q^{i,m}) = 2 - \lambda / \lambda_{i,m}. \quad (3) \text{eq:4ped}$$

d) Para generar nuevos pedidos, todas las demandas de productos previas deben estar satisfechas.

2.2. Pronóstico de demanda para componentes con dependencia estadística

Los modelos de pronósticos para la variable demanda de las componentes, permiten anticipar el comportamiento futuro considerando la variabilidad existente en ésta variable aleatoria. Estos modelos son útiles para planificar la producción y el abastecimiento. Existen modelos causales que usan como herramienta básica modelos de regresión lineal simple o múltiple, mientras que las series de tiempo utilizan valores ordenados en el tiempo o rezagos regulares de la misma variable que se desea pronosticar. Por su parte, existen algunos modelos de pronóstico que contienen, además de las componentes autoregresivas, covariables (Avellaneda et al., 2012). Los modelos de Box-Jenkins son metodologías autoregresivas de amplio uso en series de tiempo. Estos modelos pueden operar con cualquier serie: de tipo estacionaria o no estacionaria (Prabakaran et al., 2013). Los modelos autoregresivos integrados con promedio móvil y covariables, denominados ARIMAX (p, d, q, n), parecen ser adecuados para el pronóstico de demanda de componentes en SAN, donde

p es la cantidad de componentes autorregresivas, d corresponde al número de diferenciaciones de la serie requeridas para alcanzar la estacionariedad, q son los componentes de medias móviles y n las variables regresoras o covariables. El modelo de pronóstico de demanda de componentes está dado por (4)

$$d_{t,i} = \delta + \phi_1 d_{t,i-1} + \dots + \phi_p d_{t,i-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \beta_1 QV_{t,1} + \dots + \beta_m QV_{t,m} + \beta_j QD_{t,j}, \quad (4) \quad \boxed{\text{eq: 5ped}}$$

donde δ es una constante (drift), $d_{t,i}$ es la serie estacionaria de orden d para la demanda de i ($d_{t,i} = \Delta^d QD_{t,i}$), ε_t es un error aleatorio con distribución normal de media cero, varianza constante y covarianza cero. Los parámetros θ_q representan las componentes de media móvil del error ε_{t-q} . El número de rezagos (p) determina el orden autoregresivo del modelo, con parámetros ϕ_p acompañando a la variable $d_{t,i-p}$. Finalmente, los m elementos del set de demandas de minutas y las j componentes distintas de i pertenecientes al set de demandas de componentes, han sido incorporados como co-variables regresoras en el modelo de pronóstico de demanda de cada componente i , cuyos parámetros de regresión se denotan por β_m y β_j . En el caso de series estacionarias diferenciadas de orden d , los pronósticos de demanda en cada período de demanda t pueden calcularse aplicando esperanza a la expresión (4) ($E(QD_{t,i})$) cubriendo desde $t = 0, 1, \dots, tA_i$, donde tA_i es el período de aprovisionamiento de la componente i . La señalada esperanza puede calcularse desde (5)

$$E(QD_{t,i}) = E(d_{t,i}) + E^d(QD_{t-1,i}), t = 0, 1, \dots, tA_i. \quad (5) \quad \boxed{\text{eq: 6ped}}$$

Según (Eppen et al., 2000) en sistemas multi-producto de abastecimiento centralizado, la correlación entre demandas de componentes incide sobre los costos totales del sistema. En el contexto de demandas correlacionadas, Corbett and Rajaram (2006) establecen la necesidad de modelar la estructura de dependencia de las variables a ser consideradas en un modelo de optimización, como el que se pretende establecer en el presente trabajo. Por su parte Akcay and Biller (2014), han considerado un modelo ATO con cantidades demandadas de productos y tiempos entre demandas que no son independientes entre sí, modelando en forma conjunta las distribuciones probabilísticas de las demandas correlacionadas en una serie de tiempo, a partir de las distribuciones marginales de cada componente, usando cópulas bi-variadas para relacionarlas, mejorando los intervalos de confianza de las estimaciones de parámetros requeridas.

(Escarela and A., 2009) establecen que, en la detección de parejas de variables modelables por medio de distribuciones conjuntas, es necesario considerar coeficientes de concordancia de Kendall (τ) ó de correlación de Spearman (ρ) mayores que 0,65 o menores que -0,65, donde cada variable integrante de la pareja tiene una distribución marginal uni-variada conocida. De esta manera, transformando las distribuciones marginales uni-variadas en una nueva distribución bi-variada conjunta con una función de densidad establecida, se puede lograr que la función de densidad condicional de dos variables temporales aleatorias relacionadas (ej. $Y_{2,t} = QD_{i,t}$, e $Y_{1,t} = QV_{m,t}$, o $Y_{1,t} = QD_{j,t}$, según cuál sea la pareja de variables con mayor concordancia), con distribución acumulada $F(\cdot)$ donde la probabilidad de $Y_{2,t}$ dado un valor de $Y_{1,t}$, expresado como $f_{2,t/1t}(y_{2t}/y_{1t})$, puede mostrarse convenientemente como (6):

$$f_{2,t/1t}(y_{2t}/y_{1t}) = f_{2t}(y_{2t})C(F_{1t}(y_{1t}), F_{2t}(y_{2t})) \quad (6) \quad \boxed{\text{eq: 7ped}}$$

donde $f_{2,t}(y_{2,t})$ corresponde a la función de densidad uni-variada de la variable $Y_{2,t}$, C es la cópula de densidad bivariada, y $F_{1,t}(y_{1,t})$, $F_{2,t}(y_{2,t})$, son las funciones de probabilidad marginales de $Y_{1,t}$ e $Y_{2,t}$ respectivamente. De esta manera, evaluando la probabilidad de una tasa de demanda dado el valor esperado de la otra variable que conforma la pareja, podemos conocer su valor esperado condicionado (cuantil condicional), aplicando la función inversa de probabilidad ($F^{-1}(\cdot)$) a (6) según (7), ver Chen and Fan (2006).

$$E(y_{2t}/y_{1t}) = F^{-1}(f_{2t/1t}(y_{2t}/y_{1t})), t = 0, 1, \dots, tA_i. \quad (7) \text{ eq:8ped}$$

De esta manera, la expresión mostrada en (5) nos sirve para encontrar una tasa de demanda esperada de un componente en el tiempo, sin relación a la demanda de otro componente o minuta; mientras que la expresión en (7) nos sirve para establecer una tasa de demanda esperada en el tiempo de una componente i asociada a otra componente j o minuta m .

Es común que para variables de conteo usadas en diversos modelos econométricos, el que exista una alta dispersión y exceso de ceros en los datos, afectando las estimaciones de los parámetros de regresiones y truncando las distribuciones de probabilidad. De esta manera Zeileis et al. (2008) y Yang (2012) han desarrollado propuestas para corregir las estimaciones de parámetros vía máxima verosimilitud, a partir de modelos que combinan cuentas de componentes y puntos de masa cero -obtenidos por medio de regresiones basadas en una distribución binomial negativa-, llamados "modelos hurdle", así como recuentos de componentes truncadas a la izquierda y censuradas a la derecha, llamados modelos "zero inflated", para modelos lineales generales y de series de tiempo, respectivamente.

2.3. Modelos de abastecimiento en SAN

A continuación se mostrará modelos de abastecimiento con aplicación en SAN, los cuales basan su desarrollo en el modelado de la demanda como variable aleatoria.

Los modelos de abastecimiento usan herramientas matemáticas y estadísticas para resolver el problema de adquisición de componentes, minimizando los costos asociados con compras, almacenamiento, generación de órdenes de compra y desabastecimiento, entre otros Blankley et al. (2008). Según los períodos de revisión del stock disponible, los modelos pueden ser de revisión continua (RC) o de revisión periódica (RP). En los primeros, se trata de fijar una cantidad a comprar que optimice los mencionados costos en conjunto. En el segundo caso, el tiempo de ciclo es fijado para ordenar cantidades variables que se requerirán según la demanda acumulada durante el período de revisión y aprovisionamiento (Lee and Lee, 2013). Para modelos probabilísticos multi-productos de RC sin restricciones a la minimización de costos en SAN, se considera la existencia de una cantidad económica de pedido fija para la componente i (QA_i), dados para modelos con demanda independiente (8) o dependiente (9), y un punto de reorden (r_i) o nivel del inventario para colocar un nuevo pedido en los mismos tipos de modelo (10) y (11) respectivamente,

$$QA_i = \sqrt{(2CO_i E(QD_{t,i}/CA_i))}, \quad (8) \text{ eq:9ped}$$

$$QA_i = \sqrt{(2CO_i E(y_{2,t}/y_{1,t})/CA_i)}, \quad (9) \text{ eq:10ped}$$

donde QA_i corresponde a la cantidad económica de pedido para i , $E(QD_{t,i})$ y $E(y_{2,t}/y_{1,t})$ son el pronóstico de la tasa de demanda modelados en la expresiones (6) y (8) respectivamente, CO_i corresponde al costo de ordenar la componente i , CA_i corresponde al costo de almacenar la componente i . Tanto CO_i como CA_i pueden ser determinados como constantes para todo el surtido de componentes i (Rojas et al., 2015).

$$r_i = E(QD_{t,i}) \times l_i + k_i \times \sigma l_{t,i}, \quad (10) \text{ eq:11ped}$$

$$r_i = E(y_{2,t}/y_{1,t}) \times l_i + k_i \times \sigma l_{t,i}, \quad (11) \text{ eq:12ped}$$

donde l_i corresponde al tiempo de latencia (lead time) o tiempo transcurrido entre la generación de una orden de compra para i y su disposición real para el ensamble en la preparación de la minuta, k_i corresponde a un factor asociado con un determinado nivel de servicio del ciclo, y $\sigma l_{t,i}$ es la desviación estándar de las cantidades de componentes demandadas durante el tiempo de latencia ($\sigma l_{t,i} = \sqrt{l_i} \times \sigma_{t,i}$).

En modelos probabilísticos multi-productos de RP sin restricciones para la minimización de costos en SAN, se considera un tiempo de aprovisionamiento (tA_i) que optimiza conjuntamente los costos de compra, almacenamiento y ordenar, además de un nivel máximo de inventario de i a alcanzar (max_i), que sea capaz de cubrir la demanda pronosticada ($E(QD_{t,i})$ o $E(y_{2,t}/y_{1,t})$) durante los períodos l_i (lead time del proveedor) y el tiempo de aprovisionamiento (tA_i). Los parámetros de este modelo se expresan mediante las siguientes expresiones, tanto en modelado con demanda independiente: (12) y (14), como con dependencia: (13) y (15), más un stock de seguridad del modelo de revisión periódica (ssrp)(16), necesario para afrontar la variabilidad de la demanda en ambos modelados.

$$tA_i = \sqrt{2CO_i/(CA_i \times E(QD_{t,i}))}, \quad (12) \text{ eq:13ped}$$

$$tA_i = \sqrt{2CO_i/(CA_i \times E(y_{2,t}/y_{1,t}))}, \quad (13) \text{ eq:14ped}$$

$$max_i = (tA_i + l_i)E(QD_{t,i}) + ssrp, \quad (14) \text{ eq:15ped}$$

$$max_i = (tA_i + l_i)E(y_{2,t}/y_{1,t}) + ssrp, \quad (15) \text{ eq:16ped}$$

$$ssrp = k_i \times (\sqrt{(l_i + tA_i)}) \times \sigma_{t,i}. \quad (16) \text{ eq:17ped}$$

Existen modelos de abastecimiento y/o producción especialmente formulados para componentes y productos perecederos en un solo período. En este modelo de utilidad para componentes perecibles, debemos encontrar la cantidad óptima a preparar de una minuta m en un tiempo t (1 día) denominada Y^m , con media ($\mu_{t,m}$) y desviación estándar ($\sigma_{t,m}$), dadas según su distribución de probabilidades, lo cual se obtiene según (17)

$$Y^m = \mu_{t,m} + z_m \times \sigma_{t,m}, \quad (17) \text{ eq:18ped}$$

donde $z_m = \phi^{-1}(b_m/(h_m + b_m))$, con z_m correspondiendo a un percentil de la distribución empírica de la variable $QV_{t,m}$ para el argumento ($b_m/(h_m + b_m)$), el que supone una razón crítica entre la ganancia de preparar una minuta más (b_m) y la valorización de la pérdida por no contar con una minuta dado que su demanda es variable ($h_m + b_m$). El argumento de esta función inversa

de probabilidad es determinable empíricamente. La probabilidad de in-stock de una minuta es $P(Y^m < QV_{t,m}) = b_m/(h_m + b_m)$. En el caso de estimar p(in-stock) para una suma de minutas (desde $m = 1 \dots n_m$), esta se calcula ocupando un ponderador de la demanda de m (p_m) en relación al total de demandas de las minutas a sumar, dado por (18)

$$p_m = QV_{t,m} / \sum_{m=1}^{n_m} QV_{t,m}. \quad (18) \text{ eq:19ped}$$

La expresión (19) muestra el cálculo de la probabilidad in-stock en una suma de minutas

$$P \left(\sum_{m=1}^{n_m} Y^m < \sum_{m=1}^{n_m} QV_{t,m} \right) = \sum_{m=1}^{n_m} \frac{p_m \times b_m}{h_m + b_m}. \quad (19) \text{ eq:20ped}$$

Para detalles de este modelo favor revisar (Hillier and Lieberman (2005), pp. 961-975). Los modelos de abastecimiento de RC y P para componentes nos llevan a obtener cantidades óptimas a abastecer, mientras que en el caso del modelo de RP tenemos tiempos óptimos de reabastecimiento. En todos los casos éstas estimaciones pueden ser ocupadas para obtener márgenes de contribución maximizados y comparar los resultados entre los modelos de abastecimiento ocupados para el surtido de componentes. Finalmente, la validez externa de la propuesta a establecer por un modelo de inventario estará limitada por la posibilidad de reproducir los resultados en empresas de similares características de tipo de usuarios y minutas preparadas, surtido de componentes, nivel socioeconómico de los grupos atendidos, márgenes de contribución basales, consideraciones regionales de la alimentación, tanto nacionales como internacionales, por lo que entenderemos que los resultados no podrán ser generalizables a todos los SAN.

3. Metodología

3.1. Modelado del abastecimiento de componentes

En primera instancia se estudiará la estructura temporal de dependencia de las variables de cantidades demandadas de componentes ($QD_{t,i}$) y minutas vendidas ($QV_{t,m}$), mediante el estudio de la matriz de concordancia τ de Kendall, buscando las asociaciones estadísticamente significativas $1 > \tau > 0,65$ y $-1 < \tau < -0,65$, para calificarlas como de demanda dependencia. De esta manera, se definirán componentes cuya tasa de demanda puede ser modelada en forma independiente y aquellos que requieren tratamiento de cópulas de distribuciones probabilísticas conjuntas para demandas dependientes.

3.2. Abastecimiento de componentes con demanda independiente

Se propone determinar la tasa de demanda pronosticada para las componentes necesarias para lograr las minutas deseadas ($E(QDt, i)$), utilizando el modelo ARIMAX señalado en (6), validando la necesidad de incluir correcciones de truncamiento, mediante el uso del comando Garmafit() del paquete estadístico gamlss.util del software gratuito R versión 3.2.0. La probabilidad de demanda

conjunta de las componentes i y j se expresa en (20) para minutas que van de $1, \dots, m_n$, mientras que la probabilidad de demanda conjunta de las componentes i y una minuta m se expresa en (21) :

$$q^{i,j} = \sum_{i,j=1}^{m_n} \lambda^{i,j} / \lambda. \quad (20) \text{ eq:21ped}$$

$$q^{i,m} = \sum_{i,m=1}^m \lambda^{i,m} / \lambda. \quad (21) \text{ eq:22ped}$$

Reemplazando (20) en (2) y (21) en (3) , obtenemos las correlaciones $\rho_{i,j}$ y $\rho_{i,m}$. A su vez al conocer éstas podemos despejar $\lambda_{i,j}$ (cantidad de minutas en que participa las componentes i y j en un tiempo t), y $\lambda_{i,m}$ (cantidad de minutas m en que participa la componentes i en un tiempo t).

Al dividir el pronóstico esperado para la demanda de i en un tiempo t (expresado en (5) y que está relacionado con las minutas donde esta componente participa), sobre $\lambda_{i,j}$, podemos obtener una proporción esperada para el uso de este componente en particular. A esta proporción la denominaremos $p(i/m)$, la cual se expresa como (22)

$$p(i/m) = E(QD_{t,i}) / \lambda_{i,j} = (E(QD_{t,i}) / \lambda) \times (2 - \rho_{i,j}). \quad (22) \text{ eq:23ped}$$

3.3. Abastecimiento de componentes con demandas dependientes

Se propone determinar la tasa de demanda pronosticada para componentes con demanda dependiente de otros componentes o minutas, utilizando el valor cuantil condicional establecido en (7), ocupando el comando EMPIRgridderinv() del paquete estadístico copBasic, y las correcciones de truncamiento para las distribuciones marginales otorgadas por el paquete estadístico truncdist del software gratuito R versión 3.2.0.

Al dividir el pronóstico esperado para la función cuantil condicional de demanda de i en un tiempo t ($E(y_{2t}/y_{1t}) = E(QD_{i,t}/y_{1t})$) expresado en (7)) sobre $\lambda_{i,m}$ o $\lambda_{i,j}$ (según sea la asociación estudiada), podemos obtener una proporción esperada para el uso de este componente en particular en las minutas donde participa. A estas proporciones las denominaremos $p(QD_{i,t}/QV_{m,t}/m)$ y $p(QD_{i,t}/QD_{j,t}/m)$, las cuales se expresan como (23) y (24):

$$p(QD_{i,t}/QV_{m,t}/m) = E(QD_{i,t}/QV_{m,t}) / \lambda_{i,m} = E(QD_{i,t}/QV_{m,t}) / \lambda \times (2 - \rho_{i,m}). \quad (23) \text{ eq:25ped}$$

$$p(QD_{i,t}/QD_{j,t}/m) = E(QD_{i,t}/QD_{j,t}) / \lambda_{i,j} = E(QD_{i,t}/QD_{j,t}) / \lambda \times (2 - \rho_{i,j}). \quad (24) \text{ eq:26ped}$$

3.4. Cantidades óptimas a abastecer

En el caso de componentes perecederas en un solo período, la cantidad óptima a abastecer en cada período (Y^i), se obtiene multiplicando la cantidad óptima de minutas a preparar (Y^m) expresada en (16) por (21), (23) o (24), según sea el caso de demandas del componente i independiente, dependiente de minuta m o de otro componente j , respectivamente. Lo anterior se expresa como (25), (26) y (27), respectivamente.

$$Y^i = Y^m \times p(i/m). \quad (25) \text{ eq:27ped}$$

$$Y^i = Y^m \times p(QD_{i,t}/QV_{m,t}/m) \quad (26) \text{eq: 28ped}$$

$$Y^i = Y^m \times p(QD_{i,t}/QD_{j,t}/m) \quad (27) \text{eq: 29ped}$$

En nuestro caso debemos considerar un período de latencia para el abastecimiento del componente i (l_i), más un solo período fijo para el aprovisionamiento, por lo que la demanda durante este período (DLY^i), se obtiene fácilmente desde (28)

$$DLY^i = Y^i \times (l_i + 1). \quad (28) \text{eq: 30ped}$$

En el modelo señalado la aleatoriedad de la demanda ha sido cubierta por la cantidad óptima Y^m , la cual hace cubrir la demanda en el nivel in-stock requerido según la razón crítica de la(s) minuta(s) donde participa i , no necesitando incluir un término de stock de seguridad adicional. En este modelo la cantidad a abastecer, corresponde a la diferencia entre DLY^i menos el saldo almacenado de i ocupado en la preparación de m en el tiempo t ($R_{t,m,i}$). La cantidad a abastecer ($QA_{t,i}$, en este modelo es equivalente a (29)

$$QA_{t,i} = (DLY^i - R_{t,m,i}) \times Z_{t,m,i}, \quad (29) \text{eq: 31ped}$$

donde $Z_{t,m,i}$ es una variable binaria que toma el valor de 1 si hay abastecimiento de i el día t para la preparación de m , y el valor de 0 en otro caso.

En el caso de modelos para componentes no perecibles (de revisión continua), la cantidad óptima a abastecer ($QA_{t,i} = QA_i$) y el punto de reordenamiento (r_i) serán los expresados en (8) y (9) respectivamente. En el caso del modelo de revisión periódica, el nivel máximo de inventario de la componente i a alcanzar (max_i) será determinado como lo expresado en (11), mientras que las cantidades a abastecer ($QA_{t,i}$) luego del período de aprovisionamiento (tA_i), establecido en (10), se determinarán según (30)

$$QA_{t,i} = (max_i - R_{t,m,i}) \times Z_{t,m,i}, \quad (30) \text{eq: 32ped}$$

donde $R_{t,m,i}$ y $Z_{t,m,i}$ fueron definidas en (29).

3.5. Optimización de márgenes de contribución

Los ingresos generados por la venta de $m \in M = 1, \dots, n_m$, en períodos t , se obtendrán desde la expresión (31)

$$I_{t,m} = P_{t,m} \times QV_{t,m}, \quad (31) \text{eq: 33ped}$$

donde $I_{t,m}$ es el ingreso en el día t por la venta de m , $P_{t,m}$ es el precio de m el día t , y $QV_{t,m}$ es la cantidad de m vendidas el día t . Los costos de compra de $i \in I = 1, \dots, n_i$, requeridos por $m \in M = 1, \dots, n_m$, preparadas el día t , se obtendrán aplicando la expresión (32)

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} C_{t,m,i} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CN_{t,m,i} \times QA_{t,i} \times Z_{t,m,i}, \quad (32) \text{eq: 34ped}$$

para todo i que participe en m , donde $C_{t,m,i}$ corresponde al costo de compra de i , el día t de preparación de m . $CN_{t,m,i}$ es el costo neto de i el día t de preparación de m , y $QA_{t,i}$ corresponde a

la cantidad abastecida (en datos reales), ó a abastecer en forma óptima para i el día t de preparación de m . Los costos de almacenar anualmente $i \in I = 1, \dots, n_i$, requeridos por $m \in M = 1, \dots, n_m$, se obtendrán aplicando la expresión (33)

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CA_{t,m,i} = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CA_i \times QA_{t,i} \times Y_{t,m,i}, \quad (33) \text{eq: 35ped}$$

para todo i que participe en m , donde $CA_{t,m,i}$ corresponde al costo de almacenar i , el día t de preparación de m , $QA_{t,i}/2$ corresponde a la cantidad almacenada (saldo) de i , el día t de preparación de m , y CA_i corresponde al costo constante de almacenar i dado en (8)(9)(12) y (13), según sea el caso, el día t de preparación de m . La variable $Y_{t,m,i}$, corresponde a una variable binaria que toma valor 1 en el caso de existir almacenamiento de saldos de i , el día t de preparación de m , el día t , y de 0 en caso contrario. Note que independientemente del modelo de abastecimiento a asignar, es posible demostrar que el saldo medio almacenado es equivalente a la mitad de la cantidad abastecida ($QA_{t,i}/2$), para los modelos de revisión periódica y percedero en un solo período, y $QA_i/2$ para el modelo de revisión continua. Los costos de ordenar anuales para $i \in I = 1, \dots, n_i$, requeridos por $m \in M = 1, \dots, n_m$, se obtendrán aplicando la expresión (34)

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CO_{t,m,i} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} CO_i \times O_{t,m,i} \times X_{t,m,i}, \quad (34) \text{eq: 36ped}$$

para todo i que participe en m , donde CO_i corresponde al costo diario de una orden de i dado en (8)(9)(12) y (13), según sea el caso, $O_{t,m,i}$ corresponde a la cantidad de órdenes de i , el día t de preparación de m . La variable $X_{t,m,i}$ corresponde a una variable binaria que toma valor 1 en el caso de existir generación de órdenes de compra para i , el día t de preparación de m , y de 0 en caso contrario. Note que independientemente del modelo de abastecimiento a asignar, es posible demostrar que la cantidad de órdenes de compra a realizar ($O_{t,m,i}$) son equivalentes a la proporción entre el pronóstico de demanda esperada del componente i en forma independiente o condicionada a la demanda de minutas m u otro componente j ($E(QD_{t,i})$ o $E(QDi, t/QV_{m,t})$ o $E(QDi, t/QD_{j,t})$), y la cantidad abastecida del mismo elemento, esto es $O_{t,m,i} = E(QD_{i,t})/QA_{i,t} = E(QD_{i,t}/QV_{m,t})/QA_{i,t} = E(QD_{i,t}/QD_{j,t})/QA_{i,t}$. Los márgenes de contribución ($MC_{t,m}$) considerados para el total de $m \in M = 1, \dots, n_m$, maximizados por los modelos de abastecimiento aplicables a $i \in I = 1, \dots, n_i$, se obtendrán aplicando la expresión (35)

$$\max[MC_{t,m}] = \max \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} MC_{t,m}, \quad (35) \text{eq: 37ped}$$

donde la expresión (36) muestra ésta maximización,

$$\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} MC_{t,m} = \sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} I_{t,m} - \left(\sum_{t=1}^{365} \sum_{m=1}^{n_m} \sum_{i=1}^{n_i} C_{t,m,i} + CA_{t,m,i} + CO_{t,m,i} \right). \quad (36) \text{eq: 38ped}$$

4. Análisis de datos

4.1. Componentes y recolección de datos

Se seleccionó un set de minutas compuesto por 7 preparaciones demandadas en 36 días, las cuales requieren de 9 componentes, obtenidos durante el 12 de noviembre de 2011 al 31 de mayo del 2012 en el SAN de atención cerrada del personal del Hospital Carlos Van Buren de Valparaíso, Chile, el cual muestra un margen de contribución promedio en torno al 30 % de las ventas, ya que atiende a un nivel socio-económico medio-bajo. Los datos pertenecen al proyecto DIUV 14/2009, financiado por la Dirección de Investigación de la Universidad de Valparaíso, Chile.

4.2. Modelado de la tasa de demanda de las componentes

Para el caso de demandas de componentes independientes de minutas u otros componentes, determinado por examen de la matriz de concordancia τ de Kendall, se utilizó el modelo ARIMAX de (4). El tratamiento general de los datos a modelar consiste en: a) verificar la estacionariedad de la serie, diferenciándola hasta alcanzar esta condición; b) identificar un modelo autoregresivo y de medias móviles para los residuos de la serie estimada, lo cual puede llevarse a cabo por examen de un correlograma parcial y total, c) estimar los parámetros que caracterizan el proceso propuesto como generador de los datos, y d) verificar que se cumplan las hipótesis de estimación de los parámetros por minimización de cuadrados de los errores o máxima verosimilitud (Akouemo and Povinelli, July). Para el caso de demandas de componentes dependientes de minutas u otros componentes, los parámetros de las distribuciones marginales de las cantidades de componentes demandadas pueden obtenerse las familias de distribuciones de conteo binomiales negativas "zero inflated", las cuales pueden estimarse mediante el método de verosimilitud máxima. Para este propósito se usan, los comandos `fitDist()` de los paquetes `gamlss` y `gamlss.dist`. Se puede llevar a cabo la selección de distribuciones marginales vía bondad de ajuste del criterio de Akaike. Los ajustes y selecciones de las cópulas bi-variadas requeridas se pueden realizar usando el paquete: `copula` (comandos: `C.n()`, `cCopula()`, `dCopula()`, `pCopula()`, `evCopula()`, `exchTest()`, `gofevCopula()`, `gofOtherTstat()`, `setTheta()`, mientras que para las estimaciones de densidades de probabilidad condicionada puede usarse el comando `rMcdv()` para generar una simulación de la cópula empírica, encontrando el percentil de la media mediante el comando `qMcdv()`, del paquete `copula` del software R-project versión 3.2.0

4.3. Modelos de gestión de inventarios con covariables

Según las características de la componente i analizada (fruta, verdura, carne, abarrote), se asignó un modelo de optimización al sistema ATO. Los modelos de gestión asignados fueron: perecedero en un solo período (P) para frutas, verduras y carnes, y no perecederos (RC: revisión continua y RP: revisión periódica) para abarrotes.

5. Resultados y Discusión

La estadística descriptiva del set de datos se presenta en tabla (1).

Tabla 1: Estadística descriptiva de las variables: demandas de componentes y demandas de minutas del set de datos

(tab:1)

Componente/Minuta c_i/M_i	Promedio (un/día)	Mín (un/día)	Max (un/día)	DS (un/día)	CV	Asimetría	Curtosis
c_1	30,13	0	134,7	39,14	1,3	1,04	0,28
c_2	10,07	0	31,2	12,21	1,21	0,55	-1,44
c_3	12,92	0	55	21,33	1,65	1,05	-0,79
c_4	9,64	0	51	19,02	1,97	1,55	0,55
c_5	10,15	0	42	10,7	1,05	2,16	3,44
c_6	9,74	0	44	15,6	1,6	1,25	-0,22
c_7	3,91	0	14	4,89	1,25	0,69	-1,12
c_8	13,43	0	65	20,71	1,54	1,28	0,29
c_9	14,96	0	68,3	25,16	1,68	1,33	-0,11
M_1	98,56	0	481	187,38	1,9	1,35	-0,15
M_2	86,58	0	444	166,83	1,92	1,43	0,18
M_3	86,14	0	497	169,36	1,96	1,54	0,6
M_4	83,33	0	469	166,12	1,99	1,59	0,7
M_5	87,55	0	410	117,96	1,34	1,18	0,53
M_6	116,42	0	460	190,93	1,64	1,01	-0,94
M_7	85,301	0	490	173,37	2,05	1,65	0,9

Fuente: Autores

En la tabla (2) se muestran el examen de la matriz de concordancia τ de Kendall entre componentes y minutas, donde solo se muestran las asociaciones significativas con valor $p < 0,01$ (**).

Tabla 2: Matriz de concordancia τ de Kendall entre componentes y minutas

(tab:2)

Componente /Minuta c_i/M_i	c_2	c_3	c_4	c_6	c_7	c_8	c_9
c_6						0,705**	
c_8				0,705**			
M_1							0,746**
M_2				0,695**		0,782**	
M_3					0,651**		
M_5	0,767**						
M_6		0,893**					
M_7			0,962**				

Fuente: Autores

A modo de ejemplo en la figura (1), se muestra un gráfico de serie temporal para las demandas diarias de la componente 5 en 36 semanas.

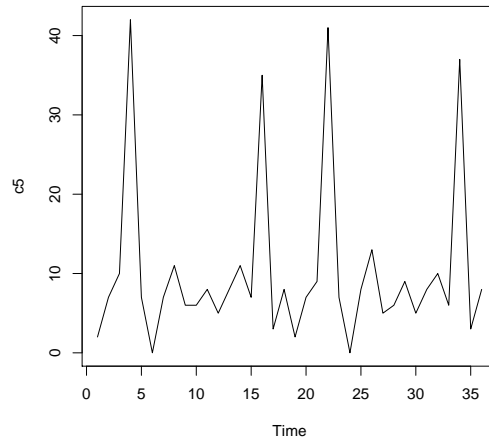


Figura 1: Serie temporal para la demanda diaria de la componente 5 (Fuente:Autores)

<fig:1>

En Tabla (3) se presentan los principales resultados para el modelo ARIMAX y el valor esperado de demanda de componentes utilizados por día no asociados a demandas de minutas u otros componentes. La comparación de criterio de Akaike indica que no es necesario trabajar con ajuste de truncamiento vía una regresión basada en una distribución binomial negativa.

Tabla 3: Resultados de pronóstico ARIMAX para el valor esperado de demanda diaria de componentes ($E(QD_{t,i})$), no asociados a demandas de minutas u otros componentes.

<tab:3>

Componente	$\rho_{i,j}$	Modelo de pronóstico ARIMAX	$E(QD_{t,i})$
c_1	0,4756	$p=1, d=0, q=2,$ $n = 9(M_1 - M_3 - M_4 - M_6 - M_7 - c_4 - c_5 - c_7 - c_9)$ $\phi_p = -0,8, \theta_q = 0,75/0,72$ $\beta_m = 0,03/0,006/0,006/0,13/0,18$ $\beta_j = -0,27/ -0,08/ -0,13/ -0,21$ $I = 0AC = 103,406$	34,64
c_5	0,7131	$p=3, d=0, q=1,$ $n = 6(M_1 - M_3 - M_7 - c_4 - c_6 - c_7)$ $\phi_p = -0,51/ -0,56/0,46, \theta_q = 0,67$ $\beta_m = 0,17/0,04/0,33$ $\beta_j = -2,07/0,10/1,51$ $I = 6,11AC = 166,153$	8,66

Siglas: $\rho_{i,j}$ =Correlación componente i con resto de componentes j del set de minutas, p =número de autoregresores, d =número de diferenciaciones, q =medias móviles, n =regresores externos, ϕ_p =parámetros autoregresivos, θ_q =parámetros de medias móviles, β_m =parámetros co-variables minutas, β_j =parámetros co-variables componentes, I =constante de intercepto, AC : criterio de Akaike. Fuente:Autores

En la tabla (4) se presentan los resultados obtenidos para los parámetros de distribuciones marginales de las tasas de demanda de minutas y componentes que muestran asociaciones. La

comparación de criterio de Akaike indica las distribuciones "zero inflated" que mejor se ajustan a los datos reales.

Tabla 4: Parámetros de distribuciones marginales de tasas de demandas de minutas y componentes asociados

(tab:4)

Componente/Minuta	Distribución	Parámetro	Parámetro	Parámetro	Criterio
c_i/M_i	Marginal	$\mu_{t,i}/\mu_{t,m}$	$\sigma_{t,i}/\sigma_{t,m}$	$\nu_{t,i}/\nu_{t,m}$	de Akaike
c_2	ZINBI	3.116	0.142	0.2231	161,48
c_3	ZAP	3.839	0.955	-	111,694
c_4	ZINBI	3.77	0.951	0.2231	106,429
c_6	ZINBI	3.217	0.7631	0.4449	169,186
c_7	ZIP2	1.351	0.2228	-	142,11
c_8	ZANBI	3.542	0.9536	0.452	176754
c_9	ZINBI	3.482	0.06005	0.1587	199509
M_1	ZIP2	4.591	0.253	-	118456
M_2	ZINBI	5.965	0.718	0.253	133.25
M_3	ZANBI	5.96	0.731	0.253	140333
M_5	ZIPIG	5.283	0.449	0.2231	242.75
M_6	ZIP	6.038	0.9555	-	142.86
M_7	ZINBI	5.95	0.821	0.253	146,72

Siglas: ZIP2=zero inflated poisson type 2, ZINBI= zero inflated binomial negative type 1, ZIPIG=zero inflated poisson inverse Gaussian, ZIP=zero inflated poisson, ZAP=zero adjusted poisson.
fuente: Autores

A modo de ejemplo la figura (2) muestra un histograma de una distribución marginal ZINBI ajustada a los datos del componente 2.

A modo de ejemplo en la figura (3) se muestra la densidad de probabilidad de la cópula empírica con ajuste normal bivariado (usando el comando `Mvdc()`), y seleccionado por el examen de la máxima verosimilitud de las cópulas ensayadas (usando comando `fitMvdc()`), construída a partir de las distribuciones marginales de c_6 y c_8 (obtenida usando los comandos `persp()` y `dMvdc()`). Por su parte, en la figura (4) se muestra la función de probabilidad acumulada de la misma copula, obtenida con los comandos `persp()` y `pMvdc()`. La obtención de la probabilidad marginal condicionada de cada una de las componentes de esta distribución bivariada, puede obtenerse de la generación de una muestra aleatoria de la copula (usando comando `rMvdc()`), y encontrando los valores esperados del percentil 50 de las variables en la distribución conjunta. La probabilidad marginal de cada variable en la distribución conjunta y marginal puede encontrarse ocupando el comando `pZINBI()`, mientras que el cuantil al que corresponde la probabilidad condicional se obtiene por medio del comando `qZINBI()`.

En la Tabla (5) se muestra el pronóstico de demanda esperada de la componente i condicionada a la demanda de minutas m ($E(QDi, t/QV_{m,t})$) u otro componente j ($E(QDi, t/QV_{j,t})$), según sea el caso de mayor asociación.

En la Tabla (6) se muestra un resumen de los modelos de abastecimiento de revisión periódica (RP), revisión continua (RC) y percedero de un solo período (P) logrados para las componentes a

xt of the x and the fitted Zero inflated negative binomial type I d

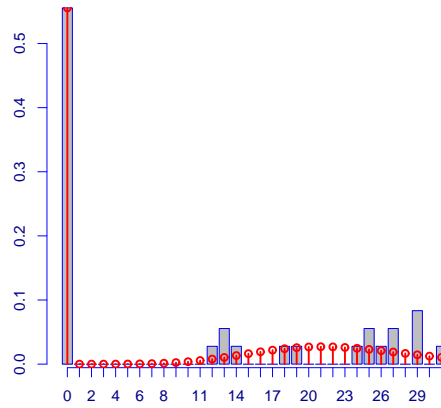


Figura 2: Histograma de una distribución marginal ZINB1 ajustada a los datos del componente 2.
Fuente:Autores

<fig:2>

Gráfico de densidad de probabilidad copula x=c6, y=c8

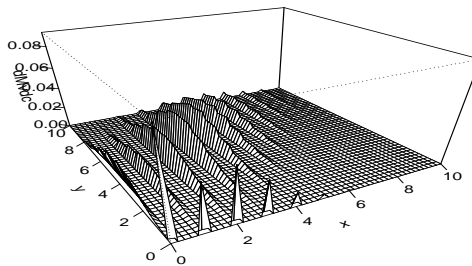


Figura 3: Densidad de probabilidad para la copula empírica con ajuste normal bivariado entre las tasas de demanda de c_6 y c_8 . Fuente:Autores

<fig:3>

Tabla 5: Pronóstico de demanda de las componentes i condicionada a la demanda de minutos m u otro componente j

<tab:5>

Componente	c_2	c_3	c_4	c_6	c_7	c_8	c_9
$E(QD_i, t/QV_{m,t})$ o $E(QD_i, t/QV_{j,t})$ (un/día)	3	1	3	2	1	3	2

Fuente: Autores

partir de la aplicación de la metodología.

A continuación se resumen los principales hallazgos preliminares de la ejecución de los modelos de abastecimiento planteados en éste set de datos:

a) Al comparar los los márgenes de contribución del SAN muestreado obtenidos con el modelo de la demanda de las componentes y datos reales, se obtuvieron optimizaciones de un 7,85 %

Gráfico de probabilidad acumulada copula $x=c_6$, $y=c_8$

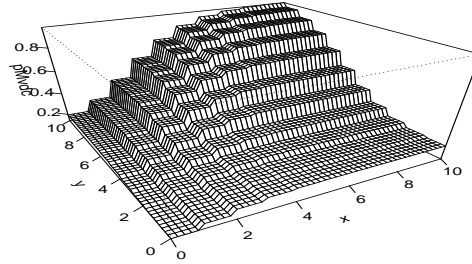


Figura 4: Función de probabilidad acumulada para la copula empírica con ajuste normal bivariado entre las tasas de demanda de c_6 y c_8 . Fuente: Autores

<fig:4>

Tabla 6: Modelos de abastecimiento para las componentes

<tab:6>

Componente c_i	max_i (un)	$QA_{t,i}$ (un)	DLY^i (un)	tA_i (años)	ssrp(un)	r_i (un)
Modelo de Abastecimiento	RP	RC	P	RP	RP	RC
c_1	-	-	60,68	-	-	-
c_2	-	-	2,82	-	-	-
c_3	777,48	773,1	-	2,12	1,39	4,65
c_4	1359,64	1339,04	-	1,22	11,61	27,12
c_5	-	-	12,69	-	-	-
c_6	-	-	2,03	-	-	-
c_7	-	-	1,85	-	-	-
c_8	-	-	2,53	-	-	-
c_9	1099,83	1093,32	-	1,5	0,52	6,73

Fuente: Autores

aplicando modelos de abastecimiento P y RP, y 7,94 % aplicando P y RC.

b) Las cantidades de componentes a abastecer mediante el ajuste de modelos no perecibles (RP y RC), fueron considerablemente mayores que las tasas de demanda pronosticadas.

c) Las cantidades a abastecer en modelos de RP fueron mayores que en RC y por lo tanto, los márgenes de contribución son levemente menores en el primer caso.

d) Las componentes que se ajustan al modelo de bienes perecederos de un solo período (P), presentaron una cantidad optimizada a abastecer similar a su tasa de demanda correlacionada a las minutos.

6. Conclusiones

El hallazgo a) está en concordancia con lo mencionado por autores como Ramanathan (2006), quien ocupando modelos de programación lineal, relacionó la minimización de costos de inven-

tarios a una maximización de los márgenes de contribución, en productos críticos para el surtido de inventarios. El hallazgo b) se explicaría porque estas componentes se pueden almacenar por un tiempo prolongado, condición que se aprovecha para disminuir el costo en el que se incurre cuando se genera una orden. Los resultados comparados entre modelos no perecibles planteados en c) se darían a raíz de que en RP la variabilidad de la demanda hace considerar stock de reabastecimiento para los períodos de latencia y aprovisionamiento, mientras que en RC solo consideramos lead time del proveedor (Lee and Lee, 2013).

Por su parte, el hallazgo d) se explicaría debido a que éstos son materiales que tienen un período de caducidad bajo (entre ellos frutas, verduras y carnes), con un período de almacenaje que no permite tiempos prolongados, por lo que el modelo de ajuste debiera ser bastante acertado para este tipo de productos, con una reposición acotada y con niveles mínimos de stock en el almacenamiento, que contribuyen a la mejora de los costos de almacenamiento en comparación a la situación real (Hillier and Lieberman, 2005).

Los principales supuestos y limitaciones de nuestra metodología son: i) la aleatoriedad de la demanda de productos finales (minutas), explica la demanda de componentes, ii) la serie de tiempo de demandas de componentes considera elementos autoregresivos endógenos y la demanda de minutos como variables exógenas predeterminadas, iii) el tiempo de latencia de los proveedores es constante, iv) la necesidad de determinar los costos de ordenar y almacenar componentes.

Las principales limitaciones de la metodología tienen que ver con considerar una forma más pertinente al cálculo de los costos relativos a la gestión de almacenar y ordenar cada componente. Existen restricciones de validez interna de la propuesta que están dadas por los supuestos de distribuciones de probabilidad de los procesos involucrados, linealidad de las relaciones entre variables, así como la posibilidad de contar con datos de registros confiables de cantidades demandadas de minutos, componentes, y sus respectivos costos y precios de venta.

Referencias

- [ac:01] Agrawal, M. and Cohen, M. (2001). Optimal material control and performance evaluation in an assembly environment with component commonality. *Naval Research Logistics*, 48:409–429.
- [ab:14] Akcay, A. and Biller, B. (2014). *Quantifying input uncertainty in an assemble-to-order system simulation with correlated input variables of mixed types*. Proceedings of the 2014 Winter Simulation Conference pp. 2124-2135.
- [ap:14] Akouemo, H. N. and Povinelli, R. J. (2014, July). Time series outlier detection and imputation. *In PES General Meeting/ Conference & Exposition*, IEEE:1–5.
- [ag:14] Astete, A. and Guevara, C. (2014). AG FOODS Parte I y II. Theses and dissertation, Universidad de Chile, Facultad de Economía y Negocios, Chile.
- [aog:12] Avellaneda, J. A., Ochoa, C. M., and García, J. C. F. (2012). Comparación entre un sistema neuro difuso auto organizado y un modelo arimax en la predicción de series económicas volátiles. *Ingeniería*, 17(2):26–34.

- bkw:08** Blankley, A., Khouja, M., and Wiggins, C. (2008). An investigation into the effect of full-scale supply chain management software adoptions on inventory balances and turns. *Journal of Business Logistics*, 29:201–224.
- chf:06** Chen, X. and Fan, Y. (2006). Estimation of copula-based semiparametric time series models. *Journal of Econometrics*, 130(2):307–335.
- cr:06** Corbett, C. J. and Rajaram, K. (2006). A generalization of the inventory pooling effect to nonnormal dependent demand. *Manufacturing & Service Operations Management*, 8(4):351–358.
- egsmw:00** Eppen, G., Gould, F., Schmidt, C., Moore, J., and Weatherford, L. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. Prentice Hall, Ciudad de México.
- eh:09** Escarela, G. and A., H. (2009). Modelado de parejas aleatorias usando cópulas. *Revista Colombiana de Estadística*, 32:33–58.
- hl:05** Hillier, F. and Lieberman, G. (2005). *Introduction to Operational Research*. McGraw Hill, New York.
- i:08** INE (2008). *Encuesta Anual de las Pequeñas y Medianas Empresas Año 2006*. Statistics National Institute, Santiago, Chile.
- ll:13** Lee, M. H. and Lee, D. J. (2013). A multi-item stochastic demand periodic review system with a budget constraint. *Journal of Next Generation Information Technology*, 4(8).
- ls:05** Lu, Y. and Song, J.-S. (2005). Order-based cost optimization in assemble to-order systems. *Operations Research*, 53:151–169.
- mpb:05** Marambio, M., Parker, M., and Benavides, X. (2005). *Food and Nutrition Service: Technical Guideline*. Ministry of Health, Santiago, Chile.
- m:09** Morillo, M. (2009). Service costs for food and beverage in hostels. *Visión Gerencial*, 2:304–327.
- psjn:13** Prabakaran, K., Sivapragasam, C., Jeevapriya, C., and Narmatha, A. (2013). Forecasting cultivated areas and production of wheat in india using arima model. *Golden Research Thoughts*, 3(3):2231–4063.
- r:06** Ramanathan, R. (2006). ABC inventory classification with multiple-criteria using weighted linear optimization. *Computers and Operations Research*, 33:695–700.
- rlwm:15** Rojas, F., Leiva, V., Wanke, P., and Marchant, C. (2015). Improving contribution margins in a chilean food service sme by using inventory management models. *Colombian Journal of Statistics*, 38:1–30.
- sz:03** Song, J. and Zipkin, P. (2003). *Supply chain operations: assemble to-order systems*. In *Supply Chain Management*. De Kok, T., Graves, S. (eds.), North-Holland, Amsterdam, The Netherlands, Ch. 11.

y:12 Yang, M. (2012). Statistical models for count time series with excess zeros. Disertation, University of Iowa, Graduate College, United States.

zm:11 Zaldaña, A. and Ayala, M. (2011). Plan de Negocios para la Elaboración de Jugos Naturales a Base de Frutas y Hortalizas. Tesis de doctorado, Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Industrial, Chile.

zkj:08 Zeileis, A., Kleiber, C., and Jackman, S. (2008). Regression models for count data in r. *Journal of Statistical Software*, 27(8):1–25.